21. Januar 2010

11. Übung

1. **Aufgabe**:

   Welche Laufzeit ergibt sich für Dijkstras Algorithmus zur Berechnung kürzester Wege unter Verwendung von Fibonacci-Heaps?

   DIJKSTRA(G, s)

   ```
   Q ← empty priority queue
   for all v ∈ V
       do D[v] ← ∞
          Q.INSERT(v, D[v])
   D[s] ← 0
   Q.DECREASE_KEY(s, D[s])
   while Q is not empty
       do u ← Q.DELETE_MIN(Q)
          for all w ∈ Adj(u)
              do if D[u] + c(u, w) < D[w]
                    then D[w] ← D[u] + c(u, w)
                         Q.DECREASE_KEY(w, D[w])
   ```

2. **Aufgabe**:

   Welche Laufzeit ergibt sich für Prims Algorithmus zur Berechnung minimaler aufspannender Bäume unter Verwendung von Fibonacci-Heaps?

   PRIM_JARNIK(G, r)

   ```
   Q ← empty priority queue
   for all v ∈ V
       do k[v] ← ∞
          Q.INSERT(v, k[v])
   k[r] ← 0
   Q.DECREASE_KEY(r, k[r])
   π[r] ← NIL
   while Q is not empty
       do u ← Q.DELETE_MIN(Q)
          for all w ∈ Adj(u)
              do if w is in Q and c(u, w) < k[w]
                    then π[w] ← u
                         k[w] ← c(u, w)
                         Q.DECREASE_KEY(w, k[w])
   ```

3. **Aufgabe**:

   Sei M ein Matching und U ein Vertex Cover in einem einfachen Graphen $G = (V, E)$.

   (a) Zeigen Sie, dass $|M| \leq |U|$.

   (b) Zeigen Sie: Falls $|M| = |U|$, so ist M ein Matching maximaler Kardinalität und U ist ein Vertex Cover minimaler Kardinalität.

4. **Aufgabe**:

   Sei M ein Matching in einem einfachen Graphen $G = (V, E)$. Zeigen Sie: Falls P ein alternierender Pfad bzgl. M ist, so ist auch $M \oplus P$ ein Matching in G.