Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Theoretischen Informatik 2

11. Juli 2016, 10:00 - 12:00 Uhr

Name, Vorname: ______________________

Matrikelnummer: ______________________

Anzahl Doppelbögen: ______________________

Bearbeitungszeit:	120 Min.
Zugelassene Hilfsmittel:	Keine!
Gesamtzahl Aufgaben:	10
Gesamtpunktzahl:	61

Bitte jeden beschriebenen Doppelbogen mit Matrikelnummer und Namen beschriften! Viel Erfolg!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 1 (6 PUNKTE)
Zeigen Sie, dass die Sprache LARGEST-SIMPLE-CYCLE $= \{\langle G, k\rangle \mid G$ ist ein einfacher ungerichteter Graph, der einen einfachen Kreis mit k Knoten besitzt$\}$ eine NP-vollständige Sprache ist. Sie dürfen dabei alle NP-vollständigen Sprachen benutzen, von denen wir in den Vorlesungen und den Übungen nachgewiesen haben, dass sie NP-vollständig sind.

Aufgabe 2 (6 PUNKTE)
Zeigen Sie, dass sich NAE-3-SAT $= \{\langle \phi \rangle \mid \phi$ ist eine Boolesche Formel in konjunktiver Normalform, in der alle Klauseln aus genau 3 Literalen bestehen und für die es eine Belegung der Variablen gibt, bei der die Formel erfüllt ist und in jeder Klausel mindestens ein Literal nicht erfüllt wird$\}$ in Polynomialzeit auf 3-FÄRBBARKEIT $= \{\langle G \rangle \mid G$ ist 3-knotenfärbbar$\}$ reduzieren lässt: Geben Sie an, wie man zu einer Booleschen Formel ϕ in 3-KNF einen Graphen $G(\phi)$ konstruiert, so dass die Knoten von $G(\phi)$ genau dann mit drei Farben legal gefärbt werden können, wenn ϕ NAE-erfüllbar ist, und weisen Sie diese Eigenschaft nach. Auf den Nachweis der Polynomialzeit dürfen Sie verzichten.

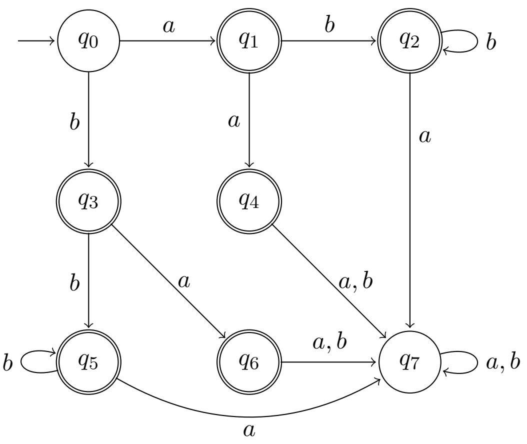
Aufgabe 3 (9 PUNKTE)
Welche der folgenden Behauptungen sind wahr, welche falsch (jeweils ohne Beweis!)?
(1.5 Punkte für jede richtige Antwort, 0.5 Punkte Abzug für jede falsche.)

wahr	falsch	
○	○	Jede durch eine Grammatik berechenbare Funktion ist **loop**-berechenbar.
○	○	Es gibt berechenbare Funktionen, die nicht primitiv rekursiv sind.
○	○	SET-COVER $\in$ PSPACE
○	○	MAX-CUT $\preceq_P$ TQBF
○	○	Die Klasse der kontextfreien Sprachen ist abgeschlossen unter Quotientenbildung.
○	○	Es gibt deterministisch kontextfreie Sprachen, die nicht in PSPACE enthalten sind.

Aufgabe 4 (3 PUNKTE)
Wann ist ein parametrisiertes Problem (L, κ) festparameterhandhabbar?

Aufgabe 5 (7 PUNKTE)
Zeigen Sie, dass die Funktion $\mathsf{square} : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit $\mathsf{square}(n_1) = {n_1}^2$ **loop**-berechenbar ist.

Aufgabe 6 (8 PUNKTE)
Konstruieren Sie den Minimalautomaten, der zu folgendem deterministischen endlichen Automaten äquivalent ist:



Aufgabe 7 (7 PUNKTE)
Sei $g : \mathbb{N}_0^3 \to \mathbb{N}_0$ eine primitiv rekursive Funktion. Zeigen Sie, dass dann auch die Funktion $f : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ mit

$$f(n_1, n_2) = g(0, n_1, n_1 + n_2)$$

eine primitiv rekursive Funktion ist. Sie dürfen hierbei annehmen, dass die aus der Vorlesung bekannte Funktion plus bereits als primitiv rekursiv nachgewiesen ist. Achten Sie darauf, dass Sie die Kompositionsschemata formal korrekt anwenden, also genauso, wie es in der Definition der Operatoren verlangt wird.

Aufgabe 8 (5 PUNKTE)
Beim NP-vollständigen Problem PARTITION sind $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{N}$ gegeben und es ist zu entscheiden, ob es $I \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ gibt, so dass

$$\sum_{i \in I} a_i = \sum_{i \notin I} a_i$$

Beim MINIMUM-BIN-PACKING Problem sind eine Korbgröße $B \in \mathbb{N}$ und $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{N}$ mit $a_i \leq B$ für alle $i = 1, \ldots, n$ gegeben. Gesucht ist das minimale k, so dass es eine Partition von $\{1, \ldots, n\}$ in k Teilmengen $S_1, \ldots, S_k$ gibt mit

$$\sum_{i \in S_j} a_i \leq B \quad \text{für alle } j = 1, \ldots, k$$

Zeigen Sie, dass es keinen Approximationsalgorithmus mit polynomieller Laufzeit für MINIMUM-BIN-PACKING gibt, der Approximationsgüte kleiner als $\frac{3}{2}$ erreicht, falls P $\neq$ NP.

Aufgabe 9 (8 PUNKTE)
Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und sei $L = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$.

(a) Geben Sie ein Wort aus Σ^* an, das nicht in $[a]_{\approx_L}$ liegt (ohne Beweis).

(b) Zeigen Sie, dass $abaa$ und ab zu verschiedenen Äquivalenzklassen von $\approx_L$ gehören.

(c) Seien $w_1, w_2 \in \Sigma^+$, $|w_1| \neq |w_2|$, zwei verschiedene, ungleich lange Wörter positiver Länge. Zeigen Sie, dass w_1 und w_2 zu verschiedenen Äquivalenzklassen von $\approx_L$ gehören.

Aufgabe 10 (2 PUNKTE)
Sei $L = \{a^n b^n c \mid n \geq 0\}$. Geben Sie L/L an (o. Beweis).