

Grundlagen der Theoretischen Informatik 2

26. Juli 2024, 8:00 - 10:00 Uhr

OTTO VON GUERICKE
UNIVERSITÄT
MAGDEBURG

INF

Name, Vorname: _____

Bearbeitungszeit: 120 Min.

Matrikelnummer: _____

Zugelassene Hilfsmittel: Keine!

Anzahl Doppelbögen: _____

Gesamtzahl Aufgaben: 11

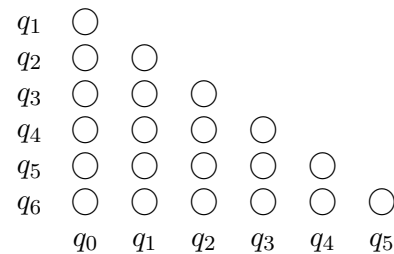
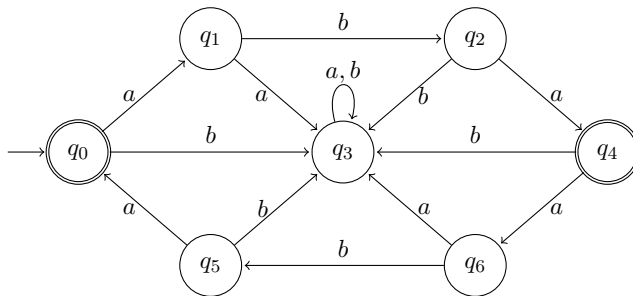
Gesamtpunktzahl: 68

Bitte jeden beschriebenen Doppelbogen mit Matrikelnummer und Namen beschriften! Viel Erfolg!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

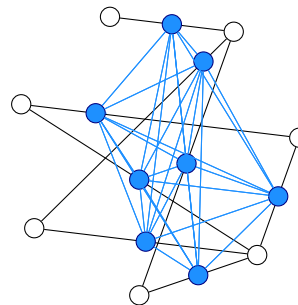
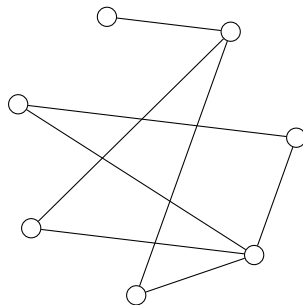
Aufgabe 1 (7 PUNKTE)

Konstruieren Sie den zu folgendem deterministischen endlichen Automaten äquivalenten Minimalautomaten:



Aufgabe 2 (6 PUNKTE)

Sei $2\text{-CLUB} = \{ \langle G, k \rangle \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph, der eine Knotenmenge } V' \subseteq V \text{ der Größe mindestens } k \text{ besitzt, in dem induzierten Teilgraphen } G[V'] \text{ jeder Knoten von jedem anderen über einen Pfad der Länge höchstens zwei erreichbar ist} \}$. Reduzieren Sie CLIQUE auf 2-CLUB.



Aufgabe 3 (6 PUNKTE)

Zeigen Sie, dass die Funktion pluszwei : $\mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ mit $\text{pluszwei}(n_1) = n_1 + 2$ durch eine Grammatik berechenbar ist, indem Sie eine Grammatik angeben, die die Funktion berechnet.

Aufgabe 4 (6 PUNKTE)

Zeigen Sie, dass $L = \{ a^i b^j c^k d^l \mid i, j, k, l \geq 0, j = k = l \} \cup \{ b, c, d \}^*$ nicht kontextfrei ist.

Aufgabe 5 (6 PUNKTE)

Zeigen Sie auf direktem Weg, also ohne Umweg über äquivalente Berechnungsmodelle, dass die Funktion $\text{power} : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$ mit

$$\text{power}(n_1, n_2) = n_1^{n_2}$$

eine primitiv rekursive Funktion ist. Sie dürfen hierbei annehmen, dass die aus der Vorlesung bekannten Funktionen plus und mult bereits als primitiv rekursiv nachgewiesen sind. Achten Sie darauf, dass Sie die Kompositionsschemata formal korrekt anwenden, also genauso, wie es in der Definition der Operatoren verlangt wird.

Aufgabe 6 (7 PUNKTE)

Zeigen Sie, dass $\text{MAX-BISECTION} = \{\langle G, k \rangle \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph und es gibt eine Partition von } V \text{ in zwei gleichgroße Teilmengen, so dass die Anzahl der Kanten in } E, \text{ die Endpunkte in beiden Teilmengen haben, mindestens } k \text{ ist}\}$ eine NP-vollständige Sprache ist. Sie dürfen dazu alle Sprachen benutzen, von denen wir in Grundlagen der Theoretischen Informatik 1 oder 2 gezeigt haben, dass sie NP-vollständig sind.

Aufgabe 7 (5 PUNKTE)

Zeigen Sie, dass die Sprache $\{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cup \{a^{2n} c^n \mid n \geq 0\}$ deterministisch kontextfrei ist.

Aufgabe 8 (5 PUNKTE)

Zeigen Sie, dass die Funktion $\text{groesserzwei} : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ mit

$$\text{groesserzwei}(n_1) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n_1 \geq 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

eine **loop**-berechenbare Funktion ist, indem Sie ein **loop**-Programm angeben, das die Funktion berechnet.

Aufgabe 9 (6 PUNKTE)

Geben Sie ein Approximationsverfahren zur Bestimmung eines Vertex Cover in einem einfachen Graphen an, das in Polynomialzeit Approximationsgüte 2 erreicht, und begründen Sie, warum Ihr Verfahren das Gewünschte erzielt.

Aufgabe 10 (5 PUNKTE)

Sei $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$. Geben Sie eine reguläre Sprache L_{reg} an, so dass $\Psi(L_{\text{reg}}) = \Psi(L)$.

Aufgabe 11 (9 PUNKTE)

Welche der folgenden Behauptungen sind wahr, welche falsch (jeweils ohne Beweis!)?

(1.5 Punkte für jede richtige Antwort, 0.5 Punkte Abzug für jede falsche.)

wahr falsch

- ☐ ☐ Falls $P \neq NP$, so besitzt das Optimierungsproblem, die Knoten eines einfachen Graphen mit minimal vielen Farben zu färben, kein PTAS.
- ☐ ☐ Es gibt eine kontextfreie Sprache L , für die die Äquivalenzklassen von $\approx_L$ mit denen von $\approx_{\bar{L}}$ nicht übereinstimmen.
- ☐ ☐ Falls $B \in \text{NPSpace}$ und $A \preceq_P B$, so gilt $A^* \in \text{PSPACE}$.
- ☐ ☐ $(\text{VERTEX-COVER}, \kappa_1)$ ist nicht festparameterhandhabbar, falls $\kappa_1(\langle G, k \rangle) = k$.
- ☐ ☐ Falls $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$ ein deterministischer endlicher Automat ist, so ist nicht nur $L(M)$, sondern auch $\{w \in L(M) \mid \text{bei der Berechnung } (s, w) \vdash_M^* (f, \varepsilon) \text{ werden mindestens die Hälfte der Zustände in } K \text{ erreicht}\}$ eine reguläre Sprache.
- ☐ ☐ Die Klasse der deterministisch kontextfreien Sprachen ist unter Vereinigung abgeschlossen.